03

Durch vollständige Induktion ist für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$ die Gültigkeit folgender Gleichung zu beweisen:

$$\sum_{k=1}^{n} 2k-1 = n^2$$

Lösung:

A(1): $\sum_{k=1}^{1} 2k-1 = 1^2$

$2 \cdot 1 - 1 = 1$

1 = 1 womit der Induktionsanfang gilt.

A(n): $\sum_{k=1}^{n} 2k-1 = n^2$

A(n+1): $\sum_{k=1}^{n+1} 2k-1 = (n+1)^2$

Es ist zu zeigen, dass gilt

$$\sum_{k=1}^{n+1} 2k-1 = \sum_{k=1}^{n} 2k-1 + 2(n+1) - 1 = (n+1)^2$$

$$\sum_{k=1}^{n+1} 2k-1 = n^2 + 2(n+1) - 1 = n^2 + 2n + 2 - 1 = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$$

Was zu beweisen war.