29

Es sind alle Primzahlen p zu bestimmen, für die 2p + 1 eine Kubikzahl ist.

Lösung:

2p + 1 muss eine ungerade Zahl sein, also die Form 2n + 1 haben, wobei n eine natürliche Zahl mit $n \geq 1$ sein muss.

$$2p+1=(2n+1)^3 \Leftrightarrow 2p+1=(2n+1)(2n+1)^2 \Leftrightarrow 2p+1=(2n+1)(4n^2+4n+1)$$

$$\Leftrightarrow 2p+1=8n^3+8n^2+2n+4n^2+4n+1 \Leftrightarrow 2p+1=8n^3+12n^2+6n+1 \Leftrightarrow 2p=8n^3+12n^2+6n$$

$$\Leftrightarrow p=4n^3+6n^2+3n \Leftrightarrow p=n(4n^2+6n+3)$$

für n = 1 folgt $p=1\cdot(4\cdot1+6\cdot1+3)=13$.

Es gilt tatsächlich $2\cdot13+1=27=(2\cdot1+1)^3=3^3$