34

Für alle $k \le n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ ist die Gültigkeit folgender Gleichung zu beweisen.

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \cdot \binom{n}{k} = 0$$

Lösung:

Der binomische Satz für alle natürlichen Zahlen n und alle reelen Zahlen a und b heißt

$$(a+b)^n = \sum_{\nu=0}^{n} \binom{n}{\nu} \cdot a^{n-\nu} \cdot b^{\nu}$$

Seien $a = 1$ und $b = -1$ und $\nu = k$

dann ist $0 = 1 - 1 \Rightarrow 0^n = (1-1)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot 1^{n-k} \cdot (-1)^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot 1 \cdot (-1)^k = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{n}{k}$

Was zu beweisen war.