52
Es sind alle Paare von Null verschiedener natürlicher Zahlen zu bestimmen, die die Gleichung $2 \cdot a + 2 \cdot b = a \cdot b$ erfüllen.

Lösung:
Ohne Einschränkung darf angenommen werden $a \leq b$. Es gilt $a \in \mathbb{N}$ und $b \in \mathbb{N}$.
Wenn man $a$ sukzessive durchprobiert, so stellt man fest:

1. Fall:
$a = 1 \Rightarrow 2 \cdot 1 + 2b = 1 \cdot b \Leftrightarrow 2 + 2b = b \Leftrightarrow b = -2 \notin \mathbb{N}$

2. Fall:
$a = 2 \Rightarrow 2 \cdot 2 + 2b = 2 \cdot b \Leftrightarrow 4 + 2b = 2b \Leftrightarrow 4 = 0$ (Widerspruch)

3. Fall:
$a = 3 \Rightarrow 2 \cdot 3 + 2b = 3 \cdot b \Leftrightarrow 6 + 2b = 3b \Leftrightarrow 6 = b \Rightarrow (a,b) = (3,6) \Rightarrow 2 \cdot 3 + 2 \cdot 6 = 18 = 3 \cdot 6$

4. Fall:
$a = 4 \Rightarrow 2 \cdot 4 + 2b = 4 \cdot b \Leftrightarrow 8 + 2b = 4b \Leftrightarrow 8 = 2b \Leftrightarrow 4 = b \Rightarrow (a,b) = (4,4) \Rightarrow 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 = 16 = 4 \cdot 4$

5. Fall:
$a \geq 5$
Nach Voraussetzung gilt $a \leq b \Leftrightarrow 2a \leq 2b \Leftrightarrow 2a + 2b \leq 2b + 2b = 4b < 5b \leq ab$.
$2a + 2b \leq ab$ widerspricht jedoch $2 \cdot a + 2 \cdot b = a \cdot b$.
Folglich gibt es nur die Paare $(a,b) \in \{(3,6),(4,4)\}$, die die Gleichung $2 \cdot a + 2 \cdot b = a \cdot b$ erfüllen.