

Seien $1 \leq k < n-1$ natürliche Zahlen. Die Gültigkeit der Gleichung ist zu beweisen oder zu widerlegen.

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \binom{n+1}{k}$$

Lösung:

$$\binom{n}{k-1} + \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-(k-1))!(k-1)!} + \frac{n!}{(n-k)!k!} = \frac{n!}{(n-k+1)!(k-1)!} + \frac{n!}{(n-k)!k!} =$$

Weil $k!$ um den nächst größten Faktor größer ist als $(k-1)!$

und $(n-k+1)!$ um den nächst größten Faktor größer als $(n-k)!$,

so ergibt sich der Hauptnenner beider Brüche als $k!(n-k+1)!$.

Der linke Bruch ist somit mit k , der rechte mit $(n-k+1)$ zu erweitern.

$$= \frac{n! \cdot k + n! \cdot (n-k+1)}{k!(n-k+1)!} = \frac{n!(k + (n-k+1))}{k!(n-k+1)!} = \frac{n!(k+n-k+1)}{k!(n-k+1)!} = \frac{n!(n+1)}{k!(n-k+1)!} = \frac{(n+1)!}{k!(n-k+1)!}$$

$$\binom{n+1}{k} = \frac{(n+1)!}{k!(n+1-k)!} = \frac{(n+1)!}{k!(n-k+1)!}$$

Was zu beweisen war.