33

Für alle $k \le n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ ist die Gültigkeit folgender Gleichung zu beweisen.

$$\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$$

Lösung:

Der binomische Satz für alle natürlichen Zahlen n und alle reelen Zahlen a und b heißt

$$(a+b)^n = \sum_{\nu=0}^{n} \binom{n}{\nu} \cdot a^{n-\nu} \cdot b^{\nu}$$

Seien $a = 1$ und $b = 1$ und $\nu = k$

dann ist $2 = 1+1 \Rightarrow 2^n = (1+1)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot 1^{n-k} \cdot 1^k = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} \cdot 1 \cdot 1 = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$

Was zu beweisen war.