67

Eine natürliche Zahl n heißt sonderbar, wenn $n < \sigma(n) - n$ gilt und es keine Teilmenge T der echten Teiler von n gibt mit $\sum\limits_{d \in T} d = n$. Es ist zu beweisen:

70 ist eine sonderbare Zahl.

Lösung:

n = 70

$T_{70} = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\} \Rightarrow \sigma(70) = 1 + 2 + 5 + 7 + 10 + 14 + 35 + 70 = 144$.

Die echten Teiler von 70 sind $eT_{70} = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35\}$.

Es soll gezeigt werden, dass keine Teilmenge $T \subseteq eT_{70}$ die Zahl n = 70 ergibt.

Die Teiler $\{7, 10, 14, 35\}$ ergeben $7 + 10 + 14 + 35 = 66$ als Summe. Es ist offensichtlich, dass aus $\{1, 2, 5\}$ niemals die Summe 4 gebildet werden kann.

Also gilt $70 < \sigma(70) - 70 \Leftrightarrow 70 < 144 - 70 \Leftrightarrow 70 < 74$ und es gibt keine Teilmenge T der echten Teiler von 70 mit $\sum\limits_{d \in T} d = 70$.

Folglich ist 70 eine sonderbare Zahl.

Was zu beweisen war.