70

Seien $0 \le k < k+4 \le n-2$ natürliche Zahlen. Die Gültigkeit der Gleichung ist zu beweisen oder zu widerlegen.

$$\binom{n-3}{k+3} + \binom{n-3}{k+4} = \binom{n-2}{k+4}$$

Lösung:

$$\binom{n-3}{k+3} + \binom{n-3}{k+4} = \frac{(n-3)!}{(n-3-(k+3))! \cdot (k+3)!} + \frac{(n-3)!}{(n-3-(k+4))! \cdot (k+4)!}$$

$$= \frac{(n-3)!}{(n-3-k-3)! \cdot (k+3)!} + \frac{(n-3)!}{(n-3-k-4)! \cdot (k+4)!}$$

$$= \frac{(n-3)!}{(n-k-6)! \cdot (k+3)!} + \frac{(n-3)!}{(n-k-7)! \cdot (k+4)!} = \frac{(n-3)! \cdot (k+4) + (n-3)! \cdot (n-k-6)}{(n-k-6)! \cdot (k+4)!}$$

$$= \frac{(n-3)! \cdot (k+4+n-k-6)}{(n-k-6)! \cdot (k+4)!} = \frac{(n-3)!(n-2)}{(n-k-6)! \cdot (k+4)!} = \frac{(n-2)!}{(n-k-6)! \cdot (k+4)!}$$

$$\binom{n-2}{k+4} = \frac{(n-2)!}{(n-2-(k+4))! \cdot (k+4)!} = \frac{(n-2)!}{(n-2-k-4)! \cdot (k+4)!} = \frac{(n-2)!}{(n-k-6)! \cdot (k+4)!}$$

Was zu beweisen war.