71

Für alle natürlichen Zahlen $1 \le k \le n$ ist diese Ungleichung zu beweisen oder zu widerlegen.

$$k^4 \cdot \binom{n^2}{k} \ge \binom{n^2}{k^2}$$

Lösung:

Für n = 5 und k = 2 ergibt sich:

$$2^4 \cdot \binom{5^2}{2} = \frac{2^4 \cdot 5^2\,!}{(5^2-2)! \cdot 2!} = \frac{2^4 \cdot 25!}{23! \cdot 2!} = \frac{2^4 \cdot 25 \cdot 24}{1 \cdot 2} = 8 \cdot 25 \cdot 24 = 4800$$

$$\binom{5^2}{2^2} = \frac{25!}{(25-4)! \cdot 4!} = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 25 \cdot 23 \cdot 22 = 12650$$

Da $4800 \ge 12650$ falsch ist, ist die Gültigkeit der Ungleichung widerlegt.