

Seien $n \geq 1$ eine natürliche Zahl und $\tau(n)$ die Anzahl der Teiler von n . Es ist zu beweisen, dass das Produkt aller Teiler von n mit $\sqrt{n^{\tau(n)}}$ übereinstimmt.

Lösung:

Für $n = 4$ ist $T(4) = \{1, 4, 2, 2\}$, $\tau(4) = 4$ und $p(T(4)) = 1 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 2 = 4^2$.

$$p(T(4)) = 4^{\frac{4}{2}} = 4^{\frac{\tau(4)}{2}} = \sqrt{4^{\tau(4)}}.$$

Für $n = 10$ ist $T(10) = \{1, 100, 2, 50, 4, 25, 5, 20, 10, 10\}$, $\tau(10) = 10$ und

$$p(T(10)) = 1 \cdot 100 \cdot 2 \cdot 50 \cdot 4 \cdot 25 \cdot 5 \cdot 20 \cdot 10 \cdot 10 = 10^5.$$

$$p(T(10)) = 10^{\frac{10}{2}} = 10^{\frac{\tau(10)}{2}} = \sqrt{10^{\tau(10)}}.$$

Allgemein gilt für $n = n$

$$T(n) = \{1, \dots, n\}$$

$$p(T(n)) = n^{\frac{\tau(n)}{2}} = \sqrt{n^{\tau(n)}}.$$

Was zu beweisen war.