

Aus der „Vollständigen Anleitung zur Algebra“ von Leonhard Euler (1701/ 1783):  
Zwei Bäuerinnen tragen zusammen 100 Eier auf den Markt, eine mehr als die andere, und doch lösen beide gleich viel Geld. Nun sagt die erste zu der anderen: „Hätte ich deine Eier gehabt, so hätte ich 15 Kreuzer gelöst.“ Darauf antwortet die andere: „Hätte ich deine Eier gehabt, so hätte ich  $6\frac{2}{3}$  Kreuzer gelöst.“ Wie viel hat jede gehabt?

Lösung:

A: Anzahl der Eier der ersten Bäuerin

a: Preis eines Eis der ersten Bäuerin

B: Anzahl der Eier der zweiten Bäuerin

b: Preis eines Eis der zweiten Bäuerin

Gleichungen:

- (1)  $A + B = 100$  (Zwei Bäuerinnen tragen zusammen 100 Eier auf den Markt, eine mehr als die andere)
- (2)  $A \cdot a = B \cdot b$  (und doch lösen beide gleich viel Geld)
- (3)  $A \cdot b = 15$  (Hätte ich deine Eier gehabt, so hätte ich 15 Kreuzer gelöst)
- (4)  $B \cdot a = 6\frac{2}{3} = \frac{20}{3}$  (Hätte ich deine Eier gehabt, so hätte ich  $6\frac{2}{3}$  Kreuzer gelöst)

aus (3) folgt  $b = \frac{15}{A}$

aus (4) folgt  $a = \frac{20}{3 \cdot B}$

(I) Beides in (2) eingesetzt ergibt  $\frac{A \cdot 20}{3 \cdot B} = \frac{B \cdot 15}{A} \Leftrightarrow 20 \cdot A^2 = 45 \cdot B^2 \Leftrightarrow 4 \cdot A^2 = 9 \cdot B^2$

(II) aus (1) folgt  $B = (100 - A)$

(II) in (I) eingesetzt ergibt

$$4A^2 = 9(100 - A)^2 \Leftrightarrow 4A^2 = 9(10000 - 200A + A^2) \Leftrightarrow 4A^2 = 90000 - 1800A + 9A^2$$

$$\Leftrightarrow 0 = 90000 - 1800A + 5A^2 \Leftrightarrow 0 = 18000 - 360A + A^2 \Leftrightarrow A^2 - 360A + 180^2 = 180^2 - 18000$$

$$\Leftrightarrow (A - 180)^2 = 32400 - 18000 \Leftrightarrow (A - 180)^2 = 14400 \Leftrightarrow (A - 180)^2 = 120^2$$

$$A - 180 = \pm 120$$

$$A_1 = 120 + 180 = 300$$

$$A_2 = -120 + 180 = 60$$

$A_1$  ist wegen (1) unrealistisch.

D.h.  $A_2$  ist die Lösung.

Die erste Bäuerin hatte 60 Eier, das Stück zu  $\frac{1}{6}$  Kreuzer,

die zweite 40 Eier, das Stück zu  $\frac{1}{4}$  Kreuzer.