

91

Seien $0 \leq k < k+1 \leq n$ natürliche Zahlen. Die Gültigkeit der Gleichung ist zu beweisen oder zu widerlegen.

$$\binom{n+1}{k+1} \cdot \sqrt{\frac{k^2 + 2k + 1}{(n+1)^2}} = \binom{n}{k}$$

Lösung:

$$\begin{aligned} \binom{n+1}{k+1} \cdot \sqrt{\frac{k^2 + 2k + 1}{(n+1)^2}} &= \frac{(n+1)!}{(k+1)!((n+1)-(k+1))!} \cdot \sqrt{\frac{(k+1)^2}{(n+1)^2}} = \frac{(n+1)!}{(k+1)!(n-k)!} \cdot \frac{k+1}{n+1} = \\ &= \frac{(n+1)!(k+1)}{(k+1)!(n-k)!(n+1)} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \end{aligned}$$

und

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Was zu beweisen war.