(1,-1) ist ein Minimum von $f(x,y) = x^2 - 2x + 2y^2 + 4y - 2$.

$f(x,y) = x^2 - 2x + 2y^2 + 4y - 2$

erste Ableitungen:

$f_x = 2x - 2 = 0 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

$f_y = 4y + 4 = 0 \Rightarrow 4y = -4 \Rightarrow y = -1$

(1,-1) ist ein Extremwert

Ist das ein Maximum oder ein Minimum?

zweite Ableitungen:

$f_{xx} = 2 > 0$

$f_{xy} = 0$

$f_{yy} = 4 > 0$

$f_{yx} = 0$

Kriterium zu entscheiden, ob Maximum oder Minimum vorliegt:

$$D = \begin{vmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{xy} & f_{yy} \end{vmatrix} = f_{xx} \cdot f_{yy} - f_{xy}^2$$

https://docplayer.org/286741-Extrema-von-funktionen-in-zwei-variablen.html

Letzendlich kommt man zu folgenden Resultaten:

Satz 2.1

	Maximum	*Minimum*	*Sattelpunkt*
notwendige Bedingung	$f_x = f_y = 0$	$f_x = f_y = 0$	$f_x = f_y = 0$
hinreichende Bedingung	$f_{xx} < 0, f_{yy} < 0$ $f_{xx} \cdot f_{yy} - f_{xy}^2 > 0$	$f_{xx} > 0, f_{yy} > 0$ $f_{xx} \cdot f_{yy} - f_{xy}^2 > 0$	$f_{xx} \cdot f_{yy} - f_{xy}^2 < 0$

Das notwendige Kriterium für das Vorliegen eines lokalen Extremwertes kann direkt auf Funktionen in mehreren Variablen verallgemeinert werden.

weil $f_{xx} = 2 > 0$ und $f_{yy} = 4 > 0$ und $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 2 \cdot 4 - 0^2 = 8 > 0$ sind liegt bei (1,-1) ein Minimum vor.

Was zu beweisen war.